

# ಮಾಧ್ಯಮಿಕ ಶಾಲೆಗಾಗಿ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು

**ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ಸಂಪಾದಕರು:**  
ಸ್ನೇಹಾ ಟೈಟಸ್ ಮತ್ತು  
ಅತ್ತಾರಾಮನ್ ಆರ್

ನಾವು ಮರು ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಿದ 'ಮಿಡಲ್ ಪ್ರಾಬ್ಲಮ್ಸ್' ನಿಮಗೆ ಇಷ್ಟವಾಯಿತು ಮತ್ತು ನಾವು ಮಂಡಿಸಿದ ಪರಾಮರ್ಶನ ಹಾಳೆಯು ನಿಮಗೆ ಉಪಯುಕ್ತವಾಗಿದೆ ಎಂಬ ಭರವಸೆ ನಮ್ಮದಾಗಿದೆ. ಈ ಸಂಚಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಶೀಟ್‌ನಲ್ಲಿ ನೀಡಿರುವ ಗುಣಗಳಿಗೆ ಅನುಗುಣವಾದ ಕೆಲವು ಆಸಕ್ತಿಕರ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸುವುದರ ಮೇಲೆ ಕೇಂದ್ರೀಕರಿಸುವುದನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸೋಣ.

## ಸಮಸ್ಯೆ VI-1-M.1

25 ರ ಮೌಲ್ಯದ ಒಂದು ನಾಣ್ಯವನ್ನು 1, 3, 5 ರ ಮೌಲ್ಯದ 10 ನಾಣ್ಯಗಳಿಗೆ ಅದಲುಬದಲು ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬಹುದೇ? ಇದು ಸಾಧ್ಯವಿದ್ದರೆ, ಹೇಗೆ ಎಂದು ವಿವರಿಸಿ. ಇದು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲದಿದ್ದಲ್ಲಿ, ಹಾಗಿದ್ದರೆ ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು (ಹಾಗೂ ಒಂದೇ ಒಂದನ್ನು ಮಾತ್ರ) ಬದಲಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ ಹೇಗೆ ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.

## ಸಮಸ್ಯೆ VI-1-M.2

ಒಂದು 17 ಅಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಅದನ್ನು ಹಿಂದುಮುಂದಾಗಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ ಹೊಸ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದನ್ನು ಪಡೆಯಲಾಯಿತು. ಈ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಲಾಯಿತು. ಬಂದ ಮೊತ್ತದಲ್ಲಿ ಕನಿಷ್ಠ ಒಂದು ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದೆಯೆಂಬುದನ್ನು ಸಾಧಿಸಿ. 18 ಅಂಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೂ ಇದೇ ನಿಜವೇ ಅನ್ವಯವಾಗುವುದಿಲ್ಲವೆಂದಾದರೆ, ಒಂದು ಅಪವಾದವನ್ನು (ಎಕ್ಸ್‌ಪ್ಲನ್) ತೋರಿಸಿ.

## ಸಮಸ್ಯೆ VI-1-M.3

ನಾಲ್ಕು 1 ಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಐದು 0 ಗಳನ್ನು ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತ ಯಾವುದೇ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಇರಿಸಿರಿ. ಈಗ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮಧ್ಯೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಬೇರೆಯಾಗಿದ್ದರೆ ಒಂದು ಸೊನ್ನೆಯನ್ನು, ಮತ್ತು ಒಂದೇ ತೆರನಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದರೆ ಒಂದನ್ನೂ ಇರಿಸಿರಿ. ನಂತರ ಮೊದಲು ಬರೆದಿದ್ದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅಳಿಸಿಬಿಡಿ. ಈಗ ಇರುವ ನವೀನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೇಲೆಯೂ ಇದೇ ಕ್ರಮವನ್ನು ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿರಿ. ವೃತ್ತದಲ್ಲಿರುವ ಎಲ್ಲ 9 ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಒಂದೇ ಅಂಕಿ ಆಗುವವರೆಗೆ ಈ ಆಟವು ಮುಂದುವರೆಯುತ್ತದೆ. ಹಾಗಿದ್ದರೆ ಈ ಆಟವು ಎಷ್ಟು ಸ್ತರಗಳವರೆಗೆ ನಡೆಯುತ್ತದೆ?

ಈ ಮೂರು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಡಿಮಿಟ್ರಿ ಫೋಮಿನ್, ಸೆರ್ಜಿ ಗೆಂಕಿನ್ ಮತ್ತು ಇಲಿಯಾ ಐಟೆನ್‌ಬರ್ಗ್ ರಚಿತ ಕೃತಿಯಾದ ಮ್ಯಾಥ್‌ಮ್ಯಾಟಿಕಲ್ ಸರ್ಕಲ್‌ನಿಂದ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲಾಗಿದೆ.

## ಸಮಸ್ಯೆ VI-1-M.4

ಇದೊಂದು ಭಾಗಾಕಾರದ ಆಟವಾಗಿದ್ದು ಇದರಲ್ಲಿ 0-9 ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕಾರ್ಡ್‌ಗಳ ಸೆಟ್ ಅನ್ನು ಬಳಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

1 ನೆಯ ಆಟಗಾರನು ಅಂಕಗಳ 10 ಕಾರ್ಡ್‌ಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೊಂದನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾನೆ. 2 ನೆಯ ಆಟಗಾರನು ನಂತರ ಉಳಿದ ಕಾರ್ಡ್‌ಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದನ್ನು ಆರಿಸಿಕೊಂಡು ಮೊದಲೇ ಅಲ್ಲಿ ಇರುವ ಕಾರ್ಡ್‌ನ ಬಲಭಾಗಕ್ಕೆ ಇರಿಸುತ್ತಾನೆ ಮತ್ತು ಹೀಗೆ ಆರಿಸಿಕೊಂಡು ಇರಿಸುವಾಗ ಆ ಎರಡೂ ಅಕ್ಕಪಕ್ಕದಲ್ಲಿರಿಸಿದ ಕಾರ್ಡ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 2 ರಿಂದ ಭಾಜ್ಯವಾಗುವಂತೆ ಜೋಡಿಸುತ್ತಾನೆ. ಇದೇ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಆಟ

ಮುಂದುವರಿಯುತ್ತದೆ. ಮೊದಲೇ ಇರಿಸಿದ ಕಾರ್ಡಿನ ಪಕ್ಕಕ್ಕೆ ಮತ್ತೊಂದು ಕಾರ್ಡನ್ನು ಇರಿಸುವುದನ್ನು ಒಬ್ಬರಾದ ಮೇಲೆ ಒಬ್ಬರು ಪಾಳೆಯಲ್ಲಿ ಇರಿಸಿಕೊಂಡು ಬರುತ್ತಾರೆ.

- ಎರಡು ಕಾರ್ಡುಗಳನ್ನು ಇರಿಸಿದ ನಂತರ, ಹಾಗೆ ಸಂಭವಿಸಿದ ಎರಡು ಅಂಕಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಯು 2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸುವಂತೆ ಇರಬೇಕು.
- ಮೂರು ಕಾರ್ಡುಗಳನ್ನು ಇರಿಸಿದ ನಂತರ ಹಾಗೆ ಸಂಭವಿಸಿದ ಮೂರು ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸುವಂತೆ ಇರಬೇಕು.
- ನಾಲ್ಕು ಕಾರ್ಡುಗಳನ್ನು ಇರಿಸಿದ ನಂತರ ಹಾಗೆ ಸಂಭವಿಸಿದ ನಾಲ್ಕು ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು 4 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸುವಂತೆ ಇರಬೇಕು.

ಆಟ ಹೀಗೆಯೇ ಮುಂದುವರಿಯುತ್ತದೆ. ಆಟಗಾರರು ಒಬ್ಬರ ನಂತರ ಒಬ್ಬರು ಕಾರ್ಡುಗಳನ್ನು ಇರಿಸುತ್ತಾ ಸಾಗುತ್ತಾರೆ - ಯಾರಾದರೂ ಒಬ್ಬ ಮುಂದುವರಿಸಲು ಆಗದ ಸ್ಥಿತಿ ಉದ್ಭವಿಸುವವರೆಗೆ.

ನೀವು ಇಂತಹ ಆಟವನ್ನು ಗೆಲ್ಲಬೇಕಾದರೆ ಯಾವುದಾದರೂ ಸೂಕ್ತ ಕ್ರಮ ಇದೆಯೇ? ಈ ಆಟದ ನಿಯಮಗಳಿಗೆ ಅನುಸಾರವಾಗಿ ನೀವು ರಚಿಸಬಹುದಾದ ಅತಿ ದೀರ್ಘವಾದ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು? ಎಲ್ಲ ಹತ್ತು ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಒಂದು ಹತ್ತು ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸೃಷ್ಟಿಸುವುದು ಸಾಧ್ಯವೇ?

ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಪರಿಹಾರ ಇರುವುದೇ?

<http://nrich.maths.org/796>

## ಪರಿಹಾರಗಳು

### ಸಮಸ್ಯೆ VI-1-M.1

ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ನಾವು ಕೈಗೊಳ್ಳುವ ಪ್ರಮುಖ ಅಂಶವೆಂದರೆ : ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿರುವ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಬೆಸವಾಗಿಯೇ ಇರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿರುವ ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಸಮವಾಗಿಯೇ ಇರುತ್ತದೆ. ಯಾವುದೇ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಂಗ್ರಹದ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಯತ್ನಿಸಿದಾಗ ಈ ಸತ್ಯವು ತಪ್ಪದೆ ಗೋಚರಿಸುತ್ತದೆ. ನಾವು ಇದೇ ಸತ್ಯವನ್ನು 1, 3, 5 ರ ಮೌಲ್ಯ ಇರುವ ನಾಣ್ಯಗಳಲ್ಲಿ 10 ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಆರಿಸಬೇಕಾದ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿಯೂ ಬಳಸುತ್ತೇವೆ. ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 1, 3 ಮತ್ತು 5 ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು 10 ಸಮಸಂಖ್ಯೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಆದ್ದರಿಂದ 10 ನಾಣ್ಯಗಳ ಒಟ್ಟು ಮೌಲ್ಯವು, ಯಾವುದೇ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿದರೂ, ಸಮವೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಮೂರು ಮುಖಬೆಲೆಯ 10 ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಆರಿಸಿದರೂ ಅದರ ಮೌಲ್ಯ 25 ಆಗಲು ಸಾಧ್ಯವೇ ಇಲ್ಲ ಎಂಬುದು ಸ್ಥಾಪಿತವಾಗುತ್ತದೆ.

ಆದರೆ 25 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ, ಉದಾಹರಣೆಗೆ 30 ಕ್ಕೆ ಬದಲಿಸಿದರೆ, ದತ್ತ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಅದನ್ನು ಹೊಂದುವುದು ಸಾಧ್ಯ.

ಅಥವಾ ಬಳಸಲ್ಪಡುವ ನಾಣ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಬದಲಾಗಬೇಕು, ಉದಾಹರಣೆಗೆ 11. 11 ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು 6, 3 ಮತ್ತು 2 ರ ಮೌಲ್ಯದ ನಾಣ್ಯಗಳಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಿದಾಗ  $6 \times 1 + 3 \times 3 + 2 \times 5 = 25$  ಎಂಬ ಉತ್ತರವು ಲಭಿಸುತ್ತದೆ.

**ಶಿಕ್ಷಕರ ಟಿಪ್ಪಣಿ:** ಇದು ಹೋಲಿಕೆಯ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಪರಿಹರಿಸುವುದಕ್ಕೆ ಸುಲಭವಾದ ಪ್ರವೇಶವಾಗಿದೆ; ಇದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ತಾರ್ಕಿಕ ಮತ್ತು ಸಂವಹನ ಕೌಶಲಗಳ ವೃದ್ಧಿಗೆ ಸಹಾಯಕವಾಗುತ್ತದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ತಮ್ಮ ತರ್ಕವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಅವಶ್ಯಕ. ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಉತ್ತರಾರ್ಥವನ್ನು ಮುಕ್ತಗೊಳಿಸಿದಾಗ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ವಿವಿಧ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ನೀಡಲು ಅವಕಾಶ ಕಲ್ಪಿತವಾಗುತ್ತದೆ ಹಾಗೂ ಈ ಎಲ್ಲ ಉತ್ತರಗಳೂ ಸರಿಯಾಗಿರುವ ಸಾಧ್ಯತೆಯೂ ಇರುತ್ತದೆ. (ಅವರು ಆ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿಕೊಳ್ಳುವಲ್ಲಿ ಸಫಲರಾಗಬೇಕಷ್ಟೆ).

### ಸಮಸ್ಯೆ VI-1-M.2

17 ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದುದರಿಂದ, ಅದನ್ನು ತಿರುವುಮುರುವು ಮಾಡಿದಾಗ ಮಧ್ಯದ (9ನೆಯ) ಅಂಕಿಯು ತನ್ನ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಬದಲಿಸುವುದಿಲ್ಲ. 9ನೆಯ ಅಂಕಿಯು ದ್ವಿಗುಣವಾಗುವುದರಿಂದ ಅದು ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ. (ಬಲಪಕ್ಕದ 8ನೆಯ ಅಂಕಿಯಿಂದ ದಶಕ ತೆಗೆದುಕೊಂಡಿರಬಾರದಷ್ಟೆ). ಆದ್ದರಿಂದ ಉತ್ತರದಲ್ಲಿ ಕನಿಷ್ಠ ಒಂದು ಅಂಕಿಯಾದರೂ ಸಮ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ದಶಕ ತೆಗೆದುಕೊಂಡಿದ್ದ ಪಕ್ಷದಲ್ಲಿ, ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿನ ಪ್ರತಿ ಅಂಕಿಯೂ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಕಲ್ಪಿಸಿಕೊಳ್ಳೋಣ. 8ನೆಯ ಸ್ಥಾನದಿಂದ 9ನೆಯ ದಶಕ ಇದೆಯೆಂದರೆ 10ರಿಂದ 11ನೆಯದಕ್ಕೂ ದಶ ಇದ್ದೇ ಇರುತ್ತದೆಂದಾಗುತ್ತದೆ. (ಕೂಡತಕ್ಕ ಅಂಕಿಗಳು ಅವೇ, ಆದರೆ ವಿರುದ್ಧ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ). ಮೊತ್ತವು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೀಡಿದ್ದು, ದಶಕವು 1 ಆಗಿರುವುದರಿಂದ, 11ನೆಯ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಿಗಳು ಒಂದೇ ತರಹದಾಗಿರುತ್ತವೆ. ತತ್ಕಾರಣ 7ನೆಯ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಒಂದೇ ತರಹದಾಗಿರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು 6ನೆಯ ಸ್ಥಾನದಿಂದ 7ನೆಯ ಸ್ಥಾನಕ್ಕೆ ದಶಕ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಇದೇ ತರ್ಕವನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿದಾಗ, ಪ್ರತಿ ಬೆಸ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಗೆ ಸಮ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಯಿಂದ ದಶಕ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಮೊದಲನೆಯ ಸ್ಥಾನದಿಂದ ದಶಕ ತೆಗೆದುಕೊಂಡಿರಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ 1ನೆಯ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರಬೇಕೆಂದರೆ 1 ಮತ್ತು 17ನೆಯ ಅಂಕಿಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಮ, ಒಂದು ಬೆಸ ಆಗಿರಲೇ ಬೇಕಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಆದರೆ 17ನೆಯ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಿಯು 16ನೆಯ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಯಿಂದ ದಶಕ



ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವುದರಿಂದ ಆ ಸ್ಥಾನಕ್ಕೆ ವಿರುದ್ಧ ಗುಣದ ಅಂಕಿಯಾಗಿರುತ್ತದೆ ಹಾಗೂ ಈ ಕಾರಣದಿಂದ 17ನೆಯ ಸ್ಥಾನದ ಅಂಕಿಯು ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಯಾರುತ್ತದೆ.

ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಸಮ ಆಗಿರುವಾಗ, ಎಲ್ಲ ಅಂಕಿಗಳು ತಮ್ಮ ಸ್ಥಾನವನ್ನು ಬದಲಾಯಿಸುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಕೂಡಲ್ಪಟ್ಟಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲ ಅಂಕಿಗಳು ಸಮ ಮತ್ತು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೊತ್ತಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ ಹಾಗೂ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿನ ಯಾವುದೇ ಅಂಕಿಗಳು ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ.

ಉದಾಹರಣೆಗೆ : 18 ಅಂಕಿಗಳುಳ್ಳ ಸಂಖ್ಯೆ 123456789012345678. ಅಥವಾ ಇನ್ನೂ ಸರಳವಾದ : 121212121212121212 (ಇಲ್ಲಿ '12' ಒಂಬತ್ತು ಬಾರಿ ಪುನರಾವರ್ತಿತವಾಗಿದೆ).

**ಶಿಕ್ಷಕರ ಟಿಪ್ಪಣಿ:** ತರ್ಕ ಮತ್ತು ಸಂವಹನಕ್ಕೆ ಮತ್ತೊಂದು ಅವಕಾಶ. ಜೊತೆಗೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ 'ಯಾವಾಗಲೂ', 'ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ' ಮತ್ತು 'ಯಾವಾಗಲೂ ಇಲ್ಲ' ಎಂಬ ಪದಗಳನ್ನು ಸೂಕ್ತ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬಳಸಲು ಕಲಿಯುವ ಅವಕಾಶ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಉತ್ತರವಾಗಿ ನೀಡುವ 18 ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದನ್ನು ಹೊಂದುವುದು ಸಾಧ್ಯ. ಎಲ್ಲಕ್ಕಿಂತ ಉತ್ತಮ ಅಂಶವೆಂದರೆ: ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಸರಳೀಕೃತ ಮಟ್ಟಕ್ಕೆ ಇಳಿಸಲು ಸಮರ್ಥರಾಗುತ್ತಾರೆ. ದತ್ತ ಮೂಲ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಪರಿಹರಿಸುವಲ್ಲಿ ಅಸಮರ್ಥರಾದರೆ ಕಡಿಮೆ ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದನ್ನು ಬಳಸಿ ಪರಿಹಾರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಅವರನ್ನು ಪ್ರೇರೇಪಿಸಬೇಕು. ಎಚ್ಚರ: 3 ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದ 637 ಅನ್ನು ತಿರುವುಮುರುವಾಗಿಸಿ ಕೂಡಿದಾಗ ದೊರಕುವ ಮೊತ್ತ 1373; ಇದರಲ್ಲಿ ಒಂದೂ ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆ ಇಲ್ಲ. ಇದು ಹೀಗೇಕೆ ಎಂದು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಬಹುದು.

### ಸಮಸ್ಯೆ VI-1-M.3

ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ, ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಕಡಿಮೆ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದುಗಳು ಮತ್ತು ಸೊನ್ನೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡಾಗ ಪರಿಹಾರವು ಸುಲಭವಾಗಿ ಪರಿಹರಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ.

ನಮಗೆ ಅಗತ್ಯವಾದ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಸಹಾಯಕವಾದ ಮತ್ತೊಂದು ತಂತ್ರವೆಂದರೆ - ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿನ ಎಲ್ಲವೂ ಒಂದುಗಳೇ ಆಗಿರಬೇಕು ಅಥವಾ ಸೊನ್ನೆಗಳಾಗಿರಬೇಕು.

ಅವೆಲ್ಲವೂ ಸೊನ್ನೆಗಳೇ ಆಗಿದ್ದರೆ, ಆಗ ಹಿಂದಿನ ಹಂತದಲ್ಲಿ, ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆ ಇರುವುದಿಲ್ಲ ಅಥವಾ ಒಂದು ಬಿಟ್ಟು ಒಂದರಂತೆ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತವೆ. ಅದರ ಹಿಂದಿನ ಹಂತದಲ್ಲೂ ಇದೇ ಸ್ಥಿತಿ ಕಂಡುಬಂದಿರುತ್ತದೆ - ಅಲ್ಲಿಯೂ ಒಂದೇ ಅಂಕಿಯು ಪಕ್ಕಪಕ್ಕದಲ್ಲಿಂದೆ ಒಂದನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಪುನರಾವರ್ತನೆ ಆಗುತ್ತದೆ. ಎಂದರೆ ಈ ಪ್ರಕಾರವು ಮೂಲ ಜೋಡಣೆಯಲ್ಲಿಯೇ ಇರಬೇಕು; ಆದರೆ ಇದು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ; ಏಕೆಂದರೆ ಒಂದುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಸೊನ್ನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮನಾಗಿಲ್ಲ.

ಅವೆಲ್ಲವೂ ಒಂದು ಆಗಿದ್ದರೆ, ಆಗ ಹಿಂದಿನ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೂ ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಸೊನ್ನೆಗಳು ಮತ್ತು ಒಂದುಗಳನ್ನು ಬಳಸಲಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಈ ಕ್ರಮವೂ ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ಒಂದು 1 ಮತ್ತು ಒಂದು 0 ಯೊಡನೆ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ಇದು ಸಮಸ್ಯೆ ಬಗೆಹರಿಸಲು ಪೂರಕವಾಗಿ ಪರಿಹಾರದತ್ತ ಒಯ್ಯುತ್ತದೆ.

ಎರಡು 1 ಗಳು ಮತ್ತು 1 ಸೊನ್ನೆಯನ್ನು ಬಳಸಿದಾಗ ಒಂದು ಅಂಕಿಯ ನಂತರ ಮೊದಲ ಅಂಕಿಯು ಬರುವಂತೆ ಜೋಡಿಸುವುದು ಸಾಧ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ಈ ಕ್ರಮವು 1 ಮತ್ತು 0 ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಅಸಮವಾಗಿದ್ದಾಗ ಮಾತ್ರ ಸಂಭವಿಸುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಆಟ ಅಂತ್ಯವಿಲ್ಲದ ಆಟವಾಗಿದೆ.

### ಸಮಸ್ಯೆ VI-1-M.4

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಆಟವಾಡುವಾಗ ಹಲವಾರು ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳು ಅಂತರ್ಗತವಾಗುತ್ತವೆ. ಭಾಗಾಕಾರದ ನಿಯಮಗಳನ್ನು ಹೃದ್ಯತವಾಗಿ ಕಲಿಯುವುದು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ; ಅವುಗಳತ್ತ ಮನೋಪ್ರೇರಣೆಯಿಂದ ತೊಡಗಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ಕ್ಷಿಪ್ರವಾದ ಮತ್ತು ಪರಿಣಾಮಕಾರಿಯಾದ ಪರಿಶೀಲನೆಗಳಾಗಿ ಬಳಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ಈ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ತಾರ್ಕಿಕತೆಗೆ ವಿಪುಲವಾದ ಅವಕಾಶವಿದೆ; ಇದರ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಎನ್ರಿಚ್ ಜಾಲತಾಣದಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ನಾವು ಇಲ್ಲಿ ಬಹಿರಂಗ ಪಡಿಸಲು ಬಯಸುವುದೆಂದರೆ, ಎಲ್ಲ 10 ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಬಳಸಿದಾಗ ದೊರಕಬಹುದಾದ ಏಕೈಕ ಉತ್ತರವೆಂದರೆ 3816547290.

**ಬೋಧನಾಕ್ರಮ:** ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಬಗೆಹರಿಸಲು ಬಳಸಿದ ತಂತ್ರಗಳೆಂದರೆ:

1. ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಂದರ್ಭಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಬಗೆಹರಿಸಲು ಯತ್ನಿಸುವುದು.
2. ಟ್ರಯಲ್ ಹಾಗೂ ಎರರ್ ಕ್ರಮದ ಪ್ರಯೋಜನಗಳನ್ನು ಅರಿಯುವುದು.
3. ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಣಗೊಳಿಸಲು ಕಲಿಯುವುದು ಮತ್ತು ಹಾಗೆ ಮಾಡುವಾಗ ಸಂಭವಿಸಬಹುದಾದ ತೊಂದರೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಅರಿವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದು.

ಅನುವಾದ : ಎನ್. ರಾಮನಾಥ್